

Закон збереження механічної енергії

Розглянемо замкнену систему, в якій діють тільки гравітаційні сили та сили пружності. Роботу цих сил можна виразити через зміну потенціальної енергії:

$$A = E_{p1} - E_{p2}$$

З іншого боку, ми знаємо, що робота дорівнює зміні кінетичної енергії:

$$A = E_{k2} - E_{k1}$$

Прирівняємо ці вирази, отримаємо:

$$E_{p1} - E_{p2} = E_{k2} - E_{k1}$$

звідси маємо:

$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}$$

Визначимо нове поняття:

$$E = E_k + E_p \text{ - повна механічна енергія системи}$$

Повна механічна енергія системи це – сума кінетичної та потенціальної енергії системи

Тоді, отриману вище рівність, можна записати так: $E_1 = E_2$, тобто повна механічна енергія системи не змінюється, тобто зберігається.

Сформулюємо **закон збереження механічної енергії**:

Повна механічна енергія замкненої системи, в якій діють тільки гравітаційні сили та сили пружності, зберігається.

$$E = const \Rightarrow E_k + E_p = const$$

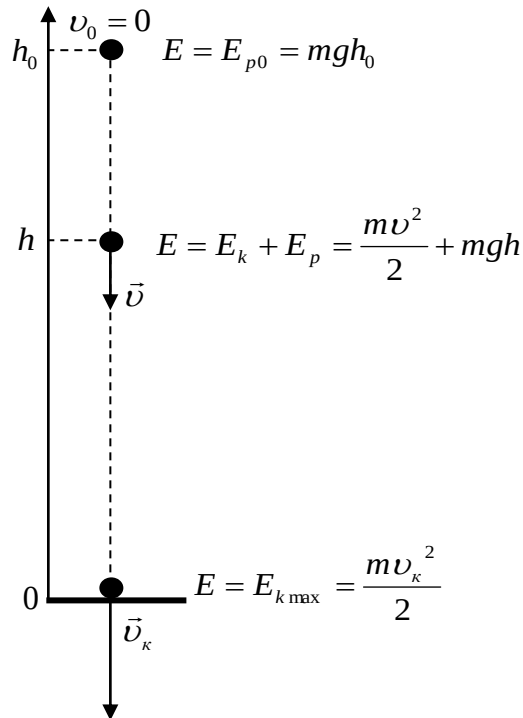
Контрольні питання

1. Для якої системи ми розглядаємо закон збереження механічної енергії?
2. Як виражається робота через зміну потенціальної енергії?
3. Як виражається робота через зміну кінетичної енергії?
4. Що таке повна механічна енергія? Запишіть формулу, дайте визначення.
5. Сформулюйте закон збереження механічної енергії.
6. Запишіть формулу закону збереження механічної енергії.

Приклади використання закону збереження механічної енергії

1. Вільне падіння тіла вертикально униз

Розглянемо вільне падіння тіла вертикально униз з висоти h_0 без початкової швидкості ($v_0 = 0$).



Повна механічна енергія тіла (E) не змінюється, вона однакова у початковому, проміжному та кінцевому стані. Тоді закон збереження механічної енергії для вільного падіння тіла вертикально униз має вигляд:

$$mgh_0 = \frac{mv^2}{2} + mgh = \frac{mv_k^2}{2}$$

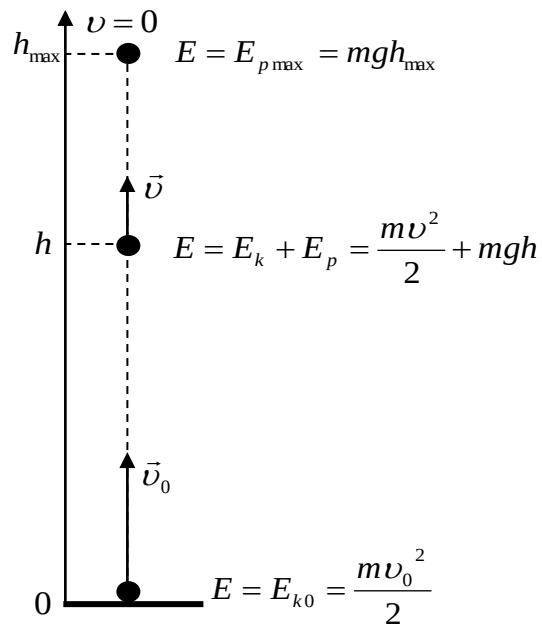
Звідси легко одержати вираз для v_k - кінцевої швидкості тіла при падінні з висоти h_0 :

$$mgh_0 = \frac{mv_k^2}{2} \Rightarrow v_k^2 = 2gh_0 \Rightarrow v_k = \sqrt{2gh_0}$$

Таким чином, ми бачимо, що при цьому русі потенціальна енергія тіла зменшується ($E_p \downarrow$), кінетична енергія тіла збільшується ($E_k \uparrow$), але повна механічна енергія тіла не змінюється, тобто зберігається ($E = \text{const}$).

2. Рух тіла, яке кинуте вертикально вгору

Розглянемо рух тіла, яке кинуте вертикально вгору з початковою швидкістю $\vec{v}_0$:



У цьому випадку також повна механічна енергія тіла (E) не змінюється, вона однакова у початковому, проміжному та кінцевому стані. Тоді закон збереження механічної енергії для тіла, яке кинуте вертикально вгору, має вигляд:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mgh = mgh_{\max}$$

Звідси легко одержати вираз для $h_{\max}$ - максимальної висоти підйому тіла, яке кинуте вертикально вгору:

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh_{\max} \Rightarrow h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g}$$

Таким чином, ми бачимо, що при цьому русі кінетична енергія тіла зменшується ($E_k \downarrow$), потенціальна енергія тіла збільшується ($E_p \uparrow$), але повна механічна енергія тіла не змінюється, тобто зберігається ($E = \text{const}$).

Контрольні питання

1. Чому дорівнює початкова енергія тіла, яке вільно падає вертикально униз без початкової швидкості?
2. Чому дорівнює повна механічна енергія тіла, яке падає вертикально униз, у проміжному стані?
3. Чому дорівнює кінцева енергія тіла, яке падає вертикально униз?
4. Запишіть закон збереження механічної енергії для тіла, яке падає вертикально униз.
5. Запишіть формулу для кінцевої швидкості тіла, при падінні з висоти h_0 .

6. Що відбувається з потенціальною енергією тіла, яке падає вертикально униз?
7. Що відбувається з кінетичною енергією тіла, яке падає вертикально униз?
8. Що відбувається з повною механічною енергією тіла, яке падає вертикально униз?
9. Чому дорівнює початкова енергія тіла, яке кинуте вертикально вгору?
10. Чому дорівнює повна механічна енергія тіла, яке кинуте вертикально вгору, у проміжному стані?
11. Чому дорівнює енергія тіла, яке кинуте вертикально вгору, у верхній точці?
12. Запишіть закон збереження механічної енергії для тіла, яке кинуте вертикально вгору.
13. Запишіть формулу для максимальної висоти підйому тіла, яке кинуте вертикально вгору.
14. Що відбувається з кінетичною енергією тіла, яке кинуте вертикально вгору?
15. Що відбувається з потенціальною енергією тіла, яке кинуте вертикально вгору?
16. Що відбувається з повною механічною енергією тіла, яке кинуте вертикально вгору?

Робота сил тертя

Експеримент показує, якщо у системі діють сили тертя (або сили опору середовища, рідини або газу), то механічна енергія системи не зберігається. В такому випадку механічна енергія системи зменшується, вона переходить в інші види енергії – у теплову, внутрішню енергію. Так ми знаємо, наприклад, що тіла при терті нагріваються, це є приклад переходу механічної енергії у теплову. Те ж саме відбувається при гальмуванні, яке ми вивчали у «Задачі про гальмівний шлях».

Введемо наступні величини:

$A_{F_{тер}}$ - робота сил тертя, що діють у системі.

$A_{F_{тер}} < 0$, тому що сили тертя діють протилежно напрямку руху тіла.

ΔE - зміна механічної енергії системи.

$\Delta E < 0$, тому що механічна енергія системи зменшується.

Тоді можна записати рівність:

$$\Delta E = A_{F_{тер}}$$



Зміна механічної енергії системи дорівнює роботі сил тертя, які діють у системі.

Контрольні питання

1. Чи зберігається механічна енергія системи, якщо в ній діють сили тертя?
2. Що відбувається з механічною енергією системи, якщо в ній діють сили тертя?
3. У які види енергії може переходити механічна енергія?
4. Наведіть приклади результатів роботи сил тертя.
5. Що таке $A_{F_{тер}}$?
6. Який знак має $A_{F_{тер}}$, та чому?
7. Що таке ΔE ?
8. Який знак має ΔE , та чому?
9. Яке співвідношення між ΔE та $A_{F_{тер}}$? Що воно означає?

Завдання

Завдання 1

Оберіть вірний варіант закінчення вислову.

Повна механічна енергія системи – це

- а) сума сил, які діють на тіло; б) добуток кінетичної та потенціальної енергії системи; в) сума кінетичної та потенціальної енергії системи; г) сума кінетичної та механічної енергії системи; д) сума механічної та потенціальної енергії системи.

Завдання 2

Оберіть вірний варіант закінчення вислову.

Повна механічна енергія зберігається у замкненій системі, в якій діють

- а) тільки гравітаційні сили та сили тертя; б) тільки гравітаційні сили та сили пружності; в) тільки сили тертя та сили пружності; г) тільки реакції та сили натягу; д) тільки гравітаційні сили та сили тяжіння.

Завдання 3

Встановіть відповідність між пропущеними місцями та словами, які потрібно на них вставити, щоб утворився вірний вислів:

Повна ...(1)... енергія ...(2)... системи, в якій діють тільки ...(3)... сили та сили ...(4)..., ...(5)....

- а) гравітаційні; б) кінетична; в) замкненої; г) механічна; д) тертя; е) зберігається; є) пружності.

Завдання 4

Запишіть словами наступні символи:

$E_p \downarrow$ -

$E_k \uparrow$ -

$E_p \uparrow$ -

$E_k \downarrow$ -

Завдання 5

Оберіть вірний варіант для вільного падіння тіла вертикально униз:

а) $E_k \downarrow; E_p \uparrow; E = const$; б) $E \downarrow; E_p \uparrow; E_k = const$; в) $E_k \uparrow; E_p \uparrow; E = const$;

г) $E_k \downarrow; E_p \downarrow; E = const$; д) $E_k \uparrow; E_p \downarrow; E = const$

Завдання 6

Оберіть вірний варіант для тіла, яке кинуте вертикально вгору:

а) $E_k \downarrow; E_p \uparrow; E = const$; б) $E_k \uparrow; E_p \downarrow; E = const$; в) $E \downarrow; E_p \uparrow; E_k = const$;

г) $E_k \downarrow; E \uparrow; E_p = const$; д) $E_k \uparrow; E_p \uparrow; E = const$

Завдання 7

Оберіть вірний варіант закінчення вислову.

Якщо у системі діють сили тертя, то механічна енергія системи

а) збільшується; б) зберігається; в) зростає; г) зменшується; д) не змінюється

Завдання 8

Встановіть відповідність між пропущеними місцями та словами, які потрібно на них вставити, щоб утворився вірний вислів:

Зміна ...(1)... ...(2)... системи дорівнює роботі ...(3)... ...(4)..., які ...(5)... у системі.

а) сил; б) тяжіння; в) механічної; г) рухаються; д) діють; е) тертя; є) енергії.

Завдання 9

Встановіть відповідність між формулами або символічними записами та їх змістом:

1) ΔE

а) повна механічна енергія

2) $E = const$

б) кінцева швидкість тіла

3) $\frac{v_0^2}{2g}$

в) закон збереження механічної енергії

4) $A_{F_{тер}}$

г) зміна механічної енергії

5) $E_k + E_p$

д) максимальна висота підйому тіла

6) $\sqrt{2gh_0}$

е) робота сил тяжіння

є) робота сил тертя

ЛІНГВОКОМЕНТАР

Нові граматичні форми з дієсловами, які зустрічаються у тексті «Закон збереження механічної енергії», «Робота сил тертя»

Конструкції	Моделі
Що (можна) виразити як (через що) З.в.(O ⁴) + можна виразити + через З.в. (O ⁴)	Роботу (можна) виразити через зміну потенціальної енергії.
Прирівняти що Прирівняємо + З.в.(O ⁴)	Прирівняємо вирази (майб. час)
Розглядати що Розглянемо + З.в.(O ⁴)	Розглянемо закон (майб. час)
Що виражається Н.в. + виражається + у М.в. (O ⁵)	Робота виражається
Можна одержати що Можна одержати + З.в.(O ⁴)	Можна одержати вираз.
Що (може) переходити у що Н.в. + переходить + у З.в.(O ⁴)	Механічна енергія переходить у інші види енергії.
Що нагрівається Н.в. + нагрівається	Тіло нагрівається . Тіла нагріваються .

Список основних дієслів уроку:

виражати І – виразити (що?, через що?) ІІ

прирівнювати І – прирівняти (що?) І

розглядати І – розглянути (що?) І

виражатися (у чому?) І (НДВ)

одержувати І – одержати (що?) ІІ

переходити ІІ – перейти (у що?) І

нагріватися І – нагрітися І

Вправа 17

Приклад 1:

Тіло вільно падає без початкової швидкості. Кінцева швидкість тіла дорівнює 12 м/с. Знайти висоту, на якій швидкість тіла дорівнює 8 м/с. (У всіх задачах вважати $g = 10 \text{ м/с}^2$)

<u>Дано:</u>	<u>Розв'язання</u>
$v_0 = 0$	Запишемо закон збереження механічної енергії для цього руху (рівність механічної енергії в проміжному та кінцевому стані):
$v_k = 12 \text{ м/с}$	
$v = 8 \text{ м/с}$	
$g = 10 \text{ м/с}^2$	$\frac{mv^2}{2} + mgh = \frac{mv_k^2}{2},$
$h = ?$	звідси отримаємо:
	$gh = \frac{v_k^2}{2} - \frac{v^2}{2} = \frac{v_k^2 - v^2}{2} \Rightarrow h = \frac{v_k^2 - v^2}{2g} \Rightarrow h = \frac{12^2 - 8^2}{2 \cdot 10} = 4(\text{м})$

Приклад 2:

Тіло вільно падає без початкової швидкості з висоти 24 м. Знайти швидкість тіла на висоті 4 м.

<u>Дано:</u>	<u>Розв'язання</u>
$v_0 = 0$	Запишемо закон збереження механічної енергії для цього руху (рівність механічної енергії у початковому та проміжному стані):
$h_0 = 24 \text{ м}$	
$h = 4 \text{ м}$	
$g = 10 \text{ м/с}^2$	$mgh_0 = \frac{mv^2}{2} + mgh,$
$v = ?$	звідси отримаємо:
	$\frac{v^2}{2} = g(h_0 - h) \Rightarrow v = \sqrt{2g(h_0 - h)} \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot (24 - 4)} = 20(\text{м/с})$

Задачі для самостійного розв'язання

1. Тіло вільно падає без початкової швидкості. Кінцева швидкість тіла дорівнює 20 м/с. Знайти швидкість тіла на висоті 15 м.
2. Тіло вільно падає без початкової швидкості з висоти 12 м. Знайти швидкість тіла на висоті 7 м.
3. Тіло вільно падає без початкової швидкості з висоти 28 м. Знайти висоту, на якій тіло буде мати швидкість 20 м/с.
4. Тіло вільно падає без початкової швидкості. Кінцева швидкість тіла дорівнює 14 м/с. Знайти висоту, на якій тіло буде мати швидкість 6 м/с.
5. Тіло вільно падає без початкової швидкості з висоти 55 м. Знайти швидкість тіла на висоті 10 м.

6. Тіло вільно падає без початкової швидкості. Кінцева швидкість тіла дорівнює 15 м/с. Знайти висоту, на якій тіло буде мати швидкість 5 м/с.
7. Тіло вільно падає без початкової швидкості з висоти 22 м. Знайти висоту, на якій тіло буде мати швидкість 10 м/с.
8. Тіло вільно падає без початкової швидкості. Кінцева швидкість тіла дорівнює 25 м/с. Знайти швидкість тіла на висоті 20 м.
9. Тіло вільно падає без початкової швидкості. На висоті 3,8 м тіло має швидкість 12 м/с. Знайти висоту, з якої падає тіло.
10. Тіло вільно падає без початкової швидкості. На висоті 9,6 м тіло має швидкість 8 м/с. Знайти кінцеву швидкість падіння тіла.
11. Тіло вільно падає без початкової швидкості з висоти 15,8 м. Знайти швидкість тіла на висоті 6 м.
12. Тіло вільно падає без початкової швидкості з висоти 21 м. Знайти висоту, на якій тіло буде мати швидкість 18 м/с.

Вправа 18

Приклад 1:

Тіло кинуте вертикально вгору з початковою швидкістю 21 м/с. Знайти швидкість тіла на висоті 10,8 м.

<u>Дано:</u>	<u>Розв'язання</u>
$v_0 = 21 \text{ м/с}$ $h = 10,8 \text{ м}$ $g = 10 \text{ м/с}^2$	Запишемо закон збереження механічної енергії для руху тіла, яке кинуте вертикально вгору, (рівність механічної енергії у початковому та проміжному стані):
$v - ?$	$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mgh$

Звідси отримаємо:

$$v^2 = v_0^2 - 2gh \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 - 2gh} \Rightarrow v = \sqrt{21^2 - 2 \cdot 10 \cdot 10,8} = 15 (\text{м/с})$$

Приклад 2:

Тіло, яке кинуте вертикально вгору, на висоті 5,2 м має швидкість 16 м/с. Знайти максимальну висоту підйому тіла.

<u>Дано:</u>	<u>Розв'язання</u>
$h = 5,2 \text{ м}$ $v = 16 \text{ м/с}$ $g = 10 \text{ м/с}^2$	Запишемо закон збереження механічної енергії для руху тіла, яке кинуте вертикально вгору, (рівність механічної енергії у проміжному та кінцевому стані):
$h_{\text{max}} - ?$	$\frac{mv^2}{2} + mgh = mgh_{\text{max}}$

Звідси отримаємо:

$$gh_{\text{max}} = gh + \frac{v^2}{2} \Rightarrow h_{\text{max}} = h + \frac{v^2}{2g} \Rightarrow h_{\text{max}} = 5,2 + \frac{16^2}{2 \cdot 10} = 18 (\text{м})$$

Задачі для самостійного розв'язання

1. Максимальна висота підйому тіла, яке кинуте вертикально вгору, дорівнює 7,2 м. Знайти висоту, на якій швидкість тіла дорівнює 8 м/с.
2. Тіло кинуте вертикально вгору з початковою швидкістю 13 м/с. Знайти висоту, на якій швидкість тіла дорівнює 7 м/с.
3. Тіло, яке кинуте вертикально вгору, на висоті 8 м має швидкість 6 м/с. Знайти максимальну висоту підйому тіла.
4. Тіло, яке кинуте вертикально вгору, на висоті 20 м має швидкість 15 м/с. Знайти початкову швидкість, з якою кинуте тіло.
5. Тіло кинуте вертикально вгору з початковою швидкістю 14 м/с. Знайти висоту, на якій швидкість тіла дорівнює 6 м/с.
6. Максимальна висота підйому тіла, яке кинуте вертикально вгору, дорівнює 12,8 м. Знайти швидкість тіла на висоті 11 м.
7. Тіло, яке кинуте вертикально вгору, на висоті 12 м має швидкість 4 м/с. Знайти початкову швидкість, з якою кинуте тіло.
8. Максимальна висота підйому тіла, яке кинуте вертикально вгору, дорівнює 9,8 м. Знайти швидкість тіла на висоті 8 м.
9. Максимальна висота підйому тіла, яке кинуте вертикально вгору, дорівнює 14 м. Знайти висоту, на якій швидкість тіла дорівнює 12 м/с.
10. Тіло, яке кинуте вертикально вгору, на висоті 2,2 м має швидкість 14 м/с. Знайти максимальну висоту підйому тіла.
11. Тіло кинуте вертикально вгору з початковою швидкістю 12 м/с. Знайти висоту, на якій швидкість тіла дорівнює 8 м/с.
12. Тіло, яке кинуте вертикально вгору, на висоті 3 м має швидкість 2 м/с. Знайти початкову швидкість, з якою кинуте тіло.